32. Гохберг И. Ц., Крейн М. Г. Об устойчивой системе частных индексов задачи Гильберта для нескольких неизвестных функций // ДАН СССР.— 1958.— Т. 119.— № 5.— С. 854—857.

33. Золотаревский В. А. Приближенное решение систем сингулярных интегральных уравнений на некоторых гладких контурах в пространствах L_p // Изв. вузов. Математика.— 1989.— № 2.— С. 79—82.

г. Кишинев

Поступила 09.02.1989

А. О. Игнатьев

УДК 517.925

УСТОЙЧИВОСТЬ ОТНОСИТЕЛЬНО ЧАСТИ ПЕРЕМЕННЫХ ПРИ ПОСТОЯННО ДЕЙСТВУЮЩИХ ВОЗМУЩЕНИЯХ

Обозначим через n и m два натуральных числа и рассмотрим непрерывные функции X, $F:\Gamma_H\to R^n$; Y, $G:\Gamma_H\to R^m$, где $\Gamma_H=I\times B_H\times R^m$, $I=[t_0;\ \infty[$, $t_0\geqslant 0$, $B_H=\{x\in R^n:\|x\|<H\}$. Здесь и далее $\|\cdot\|$ означает евклидову норму, в соответствующем пространстве. Предположим, что $X(t,\ 0,\ 0)\equiv 0$, $Y(t,\ 0,\ 0)\equiv 0$ и функции $X(t,\ x,\ y)$, $F(t,\ x,\ y)$, $Y(t,\ x,\ y)$, $G(t,\ x,\ y)$ непрерывны в области Γ_H и удовлетворяют условиям, обеспечивающим единственность решения систем дифференциальных уравнений

$$dx/dt=X(t,\ x,\ y),\ dy/dt=Y(t,\ x,\ y) \tag{1}$$

и

$$dx/dt=X(t,\ x,\ y)+F(t,\ x,\ y),\ dy/dt=Y(t,\ x,\ y)+G(t,\ x,\ y). \tag{2}$$

Считаем также, что решения систем (1), (2) продолжимы относительно y. Это означает [1], что любое решение $x(t)$, $y(t)$ соответствующей системы определено для всех значений $t\in I$, при которых $x(t)\in B_H$.

Понятие устойчивости движения по части переменных в работах [1]—[3] было связано с изменением только начальных условий. Введем понятие о новом типе устойчивости относительно части переменных, которое наряду с изменением начальных данных учитывает также изменения правых частей уравнений. Оно приложимо к тем практическим задачам, в которых возмущения действуют не только в начальный момент времени, но и во все время движения. В системе (2) функции $F(t,\ x,\ y)$, $G(t,\ x,\ y)$ характеризуют постоянно действующие возмущения (п. д. в.) и, вообще говоря, не обращаются в нуль при $x=0$, $y=0$. Пусть $z=(x;\ y)\in R^{n+m}$; $Z(t,\ z)=(X(t,\ z);\ Y(t,\ z))$; $R(t,\ z)=(F(t,\ z),\ G(t,\ z))$. В этих обозначениях уравнения (1) и (2) записываются следующим образом:

$$dz/dt=Z(t,\ z), \tag{3}$$

$$dz/dt=Z(t,\ z)+R(t,\ z). \tag{4}$$

Обозначим через $z(t,\ t_0,\ z_0)=(x(t,\ t_0,\ z_0),\ y(t,\ t_0,\ z_0))$ решение системы (4), удовлетворяющее условию $z(t_0,\ t_0,\ z_0)=z_0$.

В соответствии с [4] сформулируем следующие определения.

Определение 1. Решение $z=0$ системы (3) называется x-устойчивым (устойчивым относительно x) при п. д. в., если для любых $\varepsilon>0$, $t_0\geqslant 0$ существуют положительные $\alpha=\alpha(\varepsilon,\ t_0)$, $\delta=\delta(\varepsilon,\ t_0)$ такие, что всякое решение $z(t,\ t_0,\ z_0)$ с $\|z_0\|<\alpha$ любой системы вида (4), для которой в области

$$t\geqslant t_0,\ \|x\|<\varepsilon,\ \|y\|<\infty \tag{5}$$

выполняется условие $\|R(t,\ z)\|<\delta$, удовлетворяет неравенству $\|x(t,\ t_0,\ z_0)\|<\varepsilon$ при любом $t\geqslant t_0$.

Определение 2. Если в определении 1 числа $\alpha>0$ и $\delta>0$ могут быть выбраны не зависящими от t_0, то решение $z=0$ системы (3) называется равномерно x-устойчивым при п. д. в.

Покажем, что результаты работы [5] можно распространить на случай устойчивости по части переменных при п.д.в. Обозначим $S_\alpha = \{z \in R^{n+m}: \|z\| < \alpha\}$; K — класс функций Хана. Это означает, что если $a \in K$, то $a(r)$ определена и непрерывна при $r \geqslant 0$, монотонно возрастает и $a(0) = 0$.

Теорема 1. *Решение $z=0$ системы* (3) *x-устойчиво при п.д.в., если существуют непрерывные функции $V(t, z)$ и $V_*(t, z)$, удовлетворяющие в области Γ_H следующим условиям:*

A. $a(\|x\|) \leqslant V_*(t, z)$, *где a — функция Хана,*

$$V_*(t, 0) \equiv 0;$$

B. *для любого $\gamma > 0$ существует $\eta(\gamma) > 0$ такое, что при $\|R(t, z)\| < \eta$ выполняется неравенство*

$$|V(t, z) - V_*(t, z)| < \gamma;$$

C. *существует $\rho > 0$ такое, что при $\|R(t, z)\| < \rho$, $z \in B_H \times R^m$ справедливо соотношение*

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \sum_{s=1}^{n+m} (Z_s + R_s) \frac{\partial V}{\partial z_s} \leqslant 0.$$

Доказательство. Пусть заданы $t_0 \geqslant 0$, $0 < \varepsilon < H$. Так как V_* непрерывна и $V_*(t, 0) \equiv 0$, то можно указать $\alpha = \alpha(t_0, \varepsilon) > 0$ такое, что $V_*(t_0, z) < a(\varepsilon)/3$ для всех $z \in S_\alpha$. Пусть $\|z_0\| < \alpha$. Покажем, что при любом $t \in I$ выполняется условие $\|x(t, t_0, z_0)\| < \varepsilon$, если в области (5) справедливо неравенство $\|R(t, z)\| < \delta$, где $\delta = \min\{\eta(a(\varepsilon)/3), \rho\}$. Положим $z(t) = z(t, t_0, z_0)$.

Учитывая выбор δ, из условий B и C теоремы при $t > t_0$ получаем

$$V_*(t, z(t)) < V(t, z(t)) + a(\varepsilon)/3 \leqslant V(t_0, z_0) + a(\varepsilon)/3 \leqslant$$

$$\leqslant V_*(t_0, z_0) + 2a(\varepsilon)/3 < a(\varepsilon).$$

Используя неравенство $a(\|x(t)\|) \leqslant V_*(t, z(t))$, получаем $\|x(t)\| < \varepsilon$, что и требовалось доказать.

Теорема 2. *Решение $z=0$ системы* (3) *равномерно x-устойчиво при п.д.в., если существуют непрерывные функции $V(t, z)$ и $V_*(t, z)$, удовлетворяющие в области Γ_H условию B теоремы 1 и следующим условиям:*

A. $a(\|x\|) \leqslant V_*(t, z) \leqslant b(\|z\|)$, *где a, b — функции Хана;*

C. *для любого $\alpha > 0$ существует $\rho(\alpha) > 0$ такое, что при $\|R(t, z)\| < \rho$, $z \in (B_H \times R^m)/S_\alpha$ справедливо соотношение*

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \sum_{s=1}^{n+m} (Z_s + R_s) \frac{\partial V}{\partial z_s} \leqslant 0.$$

Доказательство. Пусть $\varepsilon \in]0; H[$. Обозначим $\alpha = b^{-1}(a(\varepsilon)/2)$, $\delta = \min\{\eta(a(\varepsilon)/4), \rho(\alpha)\}$. Покажем, что траектория $z(t) = z(t, t_0, z_0)$ системы (4) удовлетворяет условию $\|x(t)\| < \varepsilon$, если только $\|z_0\| < \alpha$, а функция $R(t, z)$ в области Γ_ε удовлетворяет соотношению $\|R(t, z)\| < \delta$. Предположим противное: пусть существуют моменты времени t_1, t_2 ($t_0 < t_1 < t_2$) такие, что $\|z(t_1)\| = \alpha$, $\|x(t_2)\| = \varepsilon$, причем траектория $z(t)$ при $t \in [t_1; t_2]$ расположена в области $(B_\varepsilon \times R^m) \setminus S_\alpha$.

Из условий A, B в силу выбора δ имеем неравенства

$$l_1 = V_*(t_1, z(t_1)) \leqslant b(\alpha) = a(\varepsilon)/2,$$

$$l_2 = V_*(t_2, z(t_2)) \geqslant a(\varepsilon), \quad l_2 - l_1 \geqslant a(\varepsilon)/2,$$

$$V(t_1, z(t_1)) < V_*(t_1, z(t_1)) + a(\varepsilon)/4 \leqslant l_1 + (l_2 - l_1)/2 = (l_1 + l_2)/2,$$

$$V(t_2, z(t_2)) > V_*(t_2, z(t_2)) - a(\varepsilon)/4 \geqslant l_2 + (l_1 - l_2)/2 = (l_1 + l_2)/2.$$

Полученное соотношение $V(t_1, z(t_1)) < V(t_2, z(t_2))$ противоречит условию С теоремы 2. Указанное противоречие доказывает теорему.

Рассмотрим теперь две теоремы о x-неустойчивости при п. д. в.

Теорема 3. *Решение $z=0$ уравнений (3) x-неустойчиво при п. д. в., если существуют ограниченные в области Γ_H непрерывные функции $V_*(t, z)$ и $V(t, z)$, удовлетворяющие в области Γ_H условию* В *и следующим условиям*:

А. *при любых $\alpha > 0$, $t \geqslant t_0$ существует $z \in S_\alpha$ такое, что $V_*(t, z) > 0$;*

С. *можно указать $\rho > 0$ такое, что как только $\|R\| < \rho$, $z \in B_H \times R^m$, то*

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \sum_{s=1}^{n+m} (Z_s + R_s) \frac{\partial V}{\partial z_s} > c(V_*(t, z)), \quad c \in K,$$

в области $V_*(t, z) > 0$.

Доказательство. Пусть заданы $t_0 \geqslant 0$, $0 < \varepsilon < H$. Покажем, что для любых сколь угодно малых $\alpha > 0$, $\delta > 0$ существуют начальное значение $z_0 \in S_\alpha$ и функция $R(t, z)$, удовлетворяющая неравенству $\|R(t, z)\| < \delta$ при $z \in B_\varepsilon \times R^m$, что решение $z(t) = z(t, t_0, z_0)$ в некоторый момент покидает множество $B_\varepsilon \times R^m$. Доказательство проведем от противного, т.е. предположим, что для любого $t \geqslant t_0$ справедливо неравенство

$$\|x(t)\| < \varepsilon, \tag{6}$$

если в начальный момент времени выполнялось соотношение $0 < \|z_0\| < \alpha$. Выбираем $z_0 \in S_\sigma$ таким образом, что $V_*(t_0, z_0) = 3\lambda > 0$. Полагая $\gamma = \lambda$, $\delta \leqslant \min\{\rho, \eta(\gamma)\}$, в силу условий В, С получаем $V(t_0, z_0) > 2\lambda$, $V(t, z(t)) > 2\lambda$, $V_*(t, z(t)) > \lambda$, отсюда

$$V(t, z(t)) > V(t_0, z_0) + c(\lambda)(t - t_0).$$

Полученное соотношение противоречит ограниченности функции V в области Γ_H и это противоречие показывает, что допущение (6) неверно, что и требовалось доказать.

Теорема 4. *Решение $z=0$ уравнений (3) x-неустойчиво при п. д. в., если существуют ограниченные в области Γ_H непрерывные функции $V_*(t, z)$ и $V(t, z)$, удовлетворяющие в области Γ_H условию* В *и следующим условиям*:

А. $a(\|x\|) \leqslant V_*(t, z) \leqslant b(\|z\|)$, $a, b \in K$;

С. *для любого $\sigma > 0$ существуют $\rho(\sigma) > 0$, $\omega(\sigma) > 0$ такие, что при $\|R(t, z)\| < \rho$, $z \in (B_H \times R^m) \setminus S_\sigma$ справедливо соотношение*

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + \sum_{s=1}^{n+m} (Z_s + R_s) \frac{\partial V}{\partial z_s} \geqslant \omega.$$

Доказательство. Пусть $0 < \varepsilon < H$. Покажем, что при любых $t_0 \geqslant 0$ и сколь угодно малых $\alpha > 0$, $\delta > 0$ существуют $z_0 \in S_\alpha$ и функция $R(t, z)$, удовлетворяющая неравенству $\|R(t, z)\| < \delta$ при $z \in B_\varepsilon \times R^m$, такая, что решение $z(t)$ в некоторый момент покидает множество $B_\varepsilon \times R^m$. Предположим противное: пусть для любого $t \geqslant t_0$ справедливо неравенство (6), если в начальный момент времени выполнялось соотношение $0 < \|z_0\| < \alpha$. Выберем $z_0 \in S_\alpha$ таким образом, чтобы $\|x_0\| > 0$. Обозначим $V_*(t_0, z_0) = 2\lambda > 0$. Далее, взяв $\gamma = \lambda$, имеем при $\|R\| < \eta(\gamma)$ в области (5) соотношение

$$|V(t, z) - V_*(t, z)| < \lambda. \tag{7}$$

Рассмотрим подвижные поверхности

$$V_*(t, z) = \lambda, \quad (8) \qquad\qquad V_*(t, z) = 3\lambda. \quad (9)$$

Предполагаем, что α настолько мало, что при $t \geqslant t_0$ поверхности (8), (9) располагаются в области $B_\varepsilon \times R^m$. Так как V_* удовлетворяет условию A, поверхности (8), (9) лежат в области $(B_\varepsilon \times R^m) \setminus S_\beta$, где $0 < \beta < \varepsilon$. Подвижная поверхность $V(t, z) = \lambda$ в силу неравенства (7) во все время движения расположена между поверхностями (8), (9). А это означает, что при $t \geqslant t_0$ все точки этой поверхности удовлетворяют неравенствам $\|z\| \geqslant \beta$, $\|x\| \leqslant \varepsilon$. Положим теперь $\sigma = \beta/2$. Всюду в дальнейшем предполагаем, что $\delta \leqslant \min\{\eta(\gamma), \rho(\sigma)\}$. Из условия C теоремы при $\|R\| < \delta$ имеем $dV/dt \geqslant \omega > 0$ на множестве $(B_\varepsilon \times R^m) \setminus S_\sigma$. На этом множестве функция $V(t, z)$ по предположению ограничена, т.е. допускает оценку

$$V(t, z) \leqslant M, \tag{10}$$

где M — некоторое положительное число. С другой стороны, рассматривая $z(t)$ как решение системы (4) с начальным значением $z(t_0) = z_0$, получаем

$$V(t, z) = V(t_0, z_0) + \int_{t_0}^{t} \frac{dV}{ds} ds \geqslant V(t_0, z_0) + \omega(t - t_0).$$

Из последнего соотношения следует, что при достаточно большом t значение функции V может быть сделано сколь угодно большим, что противоречит неравенству (10). Полученное противоречие и доказывает, что допущение (6) неверно, т.е. решение $z = 0$ системы (3) неустойчиво при п.д.в.

Укажем некоторые возможности применения сформулированных теорем. Пусть функции R_i $(i = 1, \ldots, n+m)$, характеризующие п.д.в., имеют вид

$$R_i = \mu R_i^{(1)}(t, z) + \mu^2 [R_i^{(2)}(t, z) + \Phi_i(t, z, \mu)]. \tag{11}$$

Здесь $\mu \in]-\mu_0; \mu_0[$, где $\mu_0 > 0$ — некоторое достаточно малое число, функции $R_i^{(1)}$, $R_i^{(2)}$ непрерывны и ограничены в области (5), а функции Φ_i в области

$$t \geqslant t_0, \ \|x\| < H, \ \|y\| < \infty, \ -\mu_0 < \mu < \mu_0 \tag{12}$$

ограничены, непрерывны и удовлетворяют оценкам $|\Phi_i(t, z, \mu)| \leqslant |\mu| M$, где M — некоторое положительное число, которое не зависит от t и z.

Предположим, что решение $z = 0$ системы (3) x-устойчиво, и эта устойчивость определяется определенно-положительной относительно x функцией $V_*(t, z)$ такой, что ее производная в силу уравнений (3) отрицательно-постоянна или тождественный нуль. Не нарушая общности, положим

$$\frac{\partial V_*}{\partial t} + \sum_{i=1}^{n+m} \frac{\partial V^*}{\partial z_i} Z_i(t, z) \equiv 0. \tag{13}$$

Функцию $V(t, z)$, удовлетворяющую условиям теоремы 2, будем искать в виде

$$V = V_* + \mu V_1(t, z) + \mu^2 V_2(t, z). \tag{14}$$

Потребовав ограниченность функций V_1 и V_2 в области (5), имеем для любого сколь угодно малого $\gamma > 0$ оценку $|V(t, z) - V_*(t, z)| < \gamma$, если $|\mu|$ достаточно мало. Это означает, что введенная равенством (14) функция V удовлетворяет условию B теоремы 2.

Производная в силу уравнений (4) функции $V(t, z)$ с учетом тождества (13) представляется в виде

$$\frac{dV}{dt} = \mu \left[\frac{\partial V_1}{\partial t} + \sum_{i=1}^{n+m} \left(\frac{\partial V_1}{\partial z_i} Z_i + \frac{\partial V_*}{\partial z_i} R^{(1)} \right) \right] +$$

$$+ \mu^2 \left[\frac{\partial V_2}{\partial t} + \sum_{i=1}^{n+m} \left(\frac{\partial V_2}{\partial z_i} Z_i + \frac{\partial V_1}{\partial z_i} R_i^{(1)} + \frac{\partial V_*}{\partial z_i} R_i^{(2)} \right) \right] + \mu^2 F(t, z, \mu),$$

где

$$F=\sum_{i=1}^{n+m}\left\{\frac{\partial V_*}{\partial z_i}\Phi_i+\mu\frac{\partial V_1}{\partial z_i}(R_i^{(2)}+\Phi_i)+\frac{\partial V_2}{\partial z_i}[\mu R_i^{(1)}+\mu^2(R_i^{(2)}+\Phi_i)]\right\}.$$

Функции V_1 и V_2 отыскиваем из условий

$$\frac{\partial V_1}{\partial t}+\sum_{i=1}^{n+m}\left(\frac{\partial V_1}{\partial z_i}Z_i+\frac{\partial V_*}{\partial z_i}R_i^{(1)}\right)\equiv 0, \tag{15}$$

$$\frac{\partial V_2}{\partial t}+\sum_{i=1}^{n+m}\left(\frac{\partial V_2}{\partial z_i}Z_i+\frac{\partial V_1}{\partial z_i}R_i^{(1)}+\frac{\partial V_*}{\partial z_i}R_i^{(2)}\right)\equiv -W(t, z), \tag{16}$$

где W — определенно-положительная в области Γ_H функция, обладающая свойством: для любого $\alpha>0$ существует $l>0$ такое, что $W(t, z)\geqslant l$ при $z\in(B_H\times R^m)\setminus S_\alpha$.

Требуя дополнительно ограниченности в области (5) первых частных производных функций V_1 и V_2 по z_i, приходим к выводу, что функция $F(t, z, \mu)$ в области (12) ограничена и удовлетворяет оценке $|F(t, z, \mu)|\leqslant$ $\leqslant|\mu|M_1$, где $M_1>0$ — некоторое число. Если брать теперь $|\mu|$ настолько малым, что $|\mu|<l/M$, то фунция dV/dt является определенно-о рицательной вне α-шара S_α, т.е. условие С теоремы 2 выполняется.

На основании изложенного получаем следствие из теоремы 2.

Следствие 1. Пусть функции, характеризующие п.д.в., определяются равенствами (11), и x-устойчивость решения $z=0$ системы (3) установлена с помощью x-определенно-положительной, допускающей бесконечно малый высший предел по z функции V_*, удовлетворяющей тождеству (13). Тогда если существует функция V, определяемая равенством (14), така , что функции V_1 и V_2 явл ются ограниченными в области Γ_H вместе со своими первыми частными производными по z_i и удовлетворяют условиям (15), (16), то решение $z=0$ системы (3) равномерно x-устойчиво при таких п.д.в.

Замечание 1. Очевидно, что если тождество (13) заменить условием

$$\frac{\partial V_*}{\partial t}+\sum_{i=1}^{n+m}\frac{\partial V_*}{\partial z_i}Z_i\leqslant 0,$$

то следствие 1 остается справедливым, поскольку к правой части соотношения для dV/dt добавится неположительное слагаемое.

Замечание 2. Кроме обычного условия малости п.д.в. в области Γ_ε следствие 1 накладывает дополнительные ограничения на структуру функций, характеризующих п.д.в., отражаемые условиями существования функций V_1 и V_2, ограниченных вместе с первыми частными производными по z_i, удовлетворяющих уравнениям (15) и (16).

Аналогично устанавливается справедливость следствия из теоремы 4.

Следствие 2. Пусть функции, характеризующие п.д.в., определяются равенством (11) и x-устойчивость решения $z=0$ системы (3) установлена с помощью x-определенно-положительной, допускающей бесконечно малый высший предел по z функции V_*, удовлетворяющей тождеству (13). Тогда если существует функция V, определяемая равенством (14), така , что функции V_1 и V_2 являются ограниченными вместе со своими первыми частными производными по z_i и удовлетворяют условиям (15) и

$$\frac{\partial V_2}{\partial t}+\sum_{i=1}^{n+m}\left(\frac{\partial V_2}{\partial z_i}Z_i+\frac{\partial V_1}{\partial z_i}R^{(1)}+\frac{\partial V_*}{\partial z_i}R^{(2)}\right)=W(t, z),$$

то решение $z=0$ уравнений (3) x-неустойчиво при таких п.д.в.

Отметим, что в случае $m=0$ следствия 1, 2 были получены в работе [6].

Замечание 3. Отметим, что в частном случае постоянно действующих возмущений, когда $R(t, z) = \mu R_1(t, z)$ $(0 < \mu \ll 1, |R_1| < L)$, задача об устойчивости при таких п.д.в. рассматривалась М. М. Хапаевым [7]. В данной работе не предполагается в отличие от [7] выполнимости тождества $Z(t, 0, y) \equiv 0$. Кроме того, метод, предложенный в [7], предполагает возможность записать явно решение $z = g(t, t_0, z_0)$ системы уравнений (3), чего не требуется в данной статье.

ЛИТЕРАТУРА

1. Озиранер А. С., Румянцев В. В. Метод функций Ляпунова в задаче об устойчивости движения относительно части переменных // Прикл. мат. и мех.— 1972.— Т. 36, № 2.— С. 346—384.
2. Румянцев В. В. Об устойчивости движения по отношению к части переменных // Вестн. Моск. ун-та. Сер. матем., механ.— 1957.— № 4.— С. 9—16.
3. Руш Н., Абетс П., Лалуа М. Прямой метод Ляпунова в теории устойчивости — М.: Мир, 1980.— 300 с.
4. Румянцев В. В., Озиранер А. С. Устойчивость и стабилизация движения по отношению к части переменных.— М.: Наука, 1987.— 253 с.
5. Савченко А. Я. Устойчивость стационарных движений механических систем.—Киев, 1977.— 160 с.
6. Игнатьев А. О., Савченко А. Я. К вопросу о влиянии постоянно действующих возмущений на неасимптотически устойчивые движения // Теория устойчивости и ее прил.— Новосибирск, 1979.— С. 31—38.
7. Хапаев М. М. Асимптотические методы и устойчивость в теории нелинейных колебаний.— М.: Высшая школа, 1988.— 184 с.

г. Донецк

Поступила
01.02.1989

А. А. Карелин

УДК 517.968

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ СИНГУЛЯРНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ С КАРЛЕМАНОВСКИМ ДРОБНО-ЛИНЕЙНЫМ СДВИГОМ К ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОМУ УРАВНЕНИЮ С МАТРИЧНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Одним из методов изучения сингулярного интегрального оператора с инволюцией является приведение его с помощью сопутствующих и ассоциированных операторов к характеристическим операторам [1]—[3]. Ядра полученных при этом характеристических операторов образуются не только из ядра рассматриваемого оператора, но и из ядер операторов, которые участвовали в приведении. И поэтому при исследовании вопросов разрешимости сингулярных интегральных операторов с инволюцией возникают трудности выделения из ядер характеристических операторов ядра исходного оператора. В данной работе строится преобразование, эквивалентно приводящее сингулярное интегральное уравнение с инволюцией к матричному характеристическому уравнению, и указываются связи между ядрами рассматриваемого и преобразованного операторов.

Пусть Г представляет собой один из контуров $R_+ = [0, +\infty]$, $r_+ = [0, 1]$, $T_- = \{z : |z| = 1, \operatorname{Im} z \leqslant 0\}$, $l_- = \{z : |z| = 1, -\pi/2 \leqslant \arg z \leqslant 0\}$, через Λ обозначим контур $\Gamma \cup (-\Gamma)$. Сдвиг $\alpha(t) = -t$ на действительной оси R и отрезке $r = [-1, 1]$ меняет ориентацию, происходит отражение, а на единичной окружности T и ее части $l = l_- \cup (-l_-)$ сохраняет ориентацию, происходит поворот.

В пространстве $L_2(\Lambda, \rho_\Lambda)$, где вес выбирается тождественно равным единице для контуров $\Lambda = R$, r, T и степенным вида $[(1-t)(-1-t)]^{-\mu} \times [(-i-t)(i-t)]^{\mu}$, $-1 < \mu < 1$, для $\Lambda = l$, рассмотрим уравнение

$$(A_\Lambda \varphi_\Lambda)(t) \equiv a_\Lambda(t)(I\varphi_\Lambda)(t) + b_\Lambda(t)(Q_\Lambda \varphi_\Lambda)(t) + c_\Lambda(t)(S_\Lambda \varphi_\Lambda)(t) + d_\Lambda(t)(Q_\Lambda S_\Lambda \varphi_\Lambda)(t) = 0, \quad (1$$